微分基本概念

ZOMI 酱

关于本课程

1. 课程背景

- AI框架中自动微分的重要性

2. 课程内容

- 微分基本概念：数值微分 - 符号微分 - 自动微分
- 自动微分模式：前向微分 – 后向微分 – 雅克比原理
- 具体实现方式：表达式或图 – 操作符重载OO – 源码转换 AST
- MindSpore实现：基于图表示的源码转换Graph Base AST
- 自动微分的未来
- 自动微分的挑战

Overview

$l_1 = x$

$l_{n+1} = 4l_n(1 - l_1)$

$f(x) = l_4 = 64x(1-x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)^2$

手动计算微分 Manual Differentiation

$f'(x)$

$= 128x(1-x)(-8+16x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2) + 64(1-x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)^2$

$- 64x(1-2x)^2(1-8x+8x^2)^2 - 256x(1-x)(1-2x)(1-8x+8x^2)^2$

Overview

$l_1 = x$

$l_{n+1} = 4l_n(1 - l_1)$

$f(x) = l_4 = 64x(1-x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)^2$

手动计算微分

$f'(x)$

$= 128x(1-x)(-8+16x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)$

$+ 64(1-x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)^2 - 64x(1-2x)^2$

$(1-8x+8x^2)^2 - 256x(1-x)(1-2x)(1-8x+8x^2)^2$

手动编写代码

```
f(x):
    v = x
    for i = 1 to 3:
        v = 4 * v * (1 - v)
    return v
```

符号微分

Closed-form

```
f(x):    return 64*x(1-x)*((1-2*x)^2)*(1-8*x+8*x*x)^2
```

手动编写代码

```
f'(x):
    return 128*x*(1-x)*(-8+16*x)*((1-2*x)^2)*(1-
8*x+8*x*x)+64*(1-x)*((1-2*x)^2)*((1-2*x+8*x*x)^2)-
(64*x*1-8*x)^2)*(1-8*x+8*x*x)^2-256*x*(1-x)*(1-2*x)*(1-
8*x+8*x*x)^2
```

自动微分

```
f'(x):
    (v, dv) = (x, 1)
    for i = 1 to 3:
        (v, dv) = (4 * v * (1 - v), 4*dv-8*v*dv)
    return (v, dv)
```

数值微分

```
f'(x):
    h = 0.000001
    return (f(x + h) – f(x)) / h
```

AD is not Symbolic Differentiation

符号微分：通过求导法则指定表达式变换规则

将原表达式转换为导师表达式：

$$\frac{d}{\partial x}\big(f(x)+g(x)\big)\rightarrow\frac{d}{\partial x}f(x)+\frac{d}{\partial x}g(x)$$

$$\frac{d}{\partial x}\big(f(x)\cdot g(x)\big)\rightarrow\left(\frac{d}{\partial x}f(x)\right)g(x)+f(x)\left(\frac{d}{\partial x}g(x)\right)$$

优势 • 精确数值结果　　**缺点** • 表达式膨胀

$$f(x)=64x(1-x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)^2$$

$$\dashrightarrow$$

$$f'(x)=128x(1-x)(-8+16x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)$$
$$+64(1-x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)^2-64x(1-2x)^2$$
$$(1-8x+8x^2)^2-256x(1-x)(1-2x)(1-8x+8x^2)^2$$

AD is not Numerical Differentiation

数值微分：使用有限差分进行近似

对于多元函数 $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$，其梯度为：

$$\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n})$$

可以使用有限差分来近似：

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \approx \frac{f(x + he_i) - f(x)}{h}, where\ h > 0$$

优势

- 容易实现

缺点

- 计算结果不精确
- 计算复杂度高
- 对 h 的要求高

AD is not Numerical Differentiation

数值微分：使用有限差分进行近似

对于多元函数 $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$，其梯度为：

$$\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n})$$

可以使用有限差分来近似：

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \approx \frac{f(x + he_i) - f(x)}{h}, where\ h > 0$$

优势
- 容易实现

缺点
- 计算结果不精确 ----→
  - 截断误差（Truncation Error）
  - 舍入误差（Round-off Error）
- 计算复杂度高
- 对 h 的要求高

AD is not Numerical Differentiation

数值微分：使用有限差分进行近似

对于多元函数 $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$，其梯度为：

$$\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n})$$

可以使用有限差分来近似：

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \approx \frac{f(x + he_i) - f(x)}{h}, where\ h > 0$$

优势
- 容易实现

缺点
- 计算结果不精确
- 计算复杂度高
- 对 h 的要求高

- - - →
- 阻碍其在ML领域发展

What is AD

自动微分：所有数值计算都由有限的基本运算组成

基本运算的导数表达式是已知的

通过链式法则将数值计算各部分组合成整体

```
class Sigmoid(Primitive):

    @prim_attr_register
    def __init__(self, x):
        """Initialize Sigmoid."""

        output=1/(1+np.exp(-x))
        self.init_prim_io_names(inputs=['x'], outputs=['output'])
```

```
@bprop_getters.register(G.SigmoidGrad)
def get_bprop_sigmoid_grad(self):
    """Grad definition for `SigmoidGrad` operation."""
    sigmoid_grad = G.SigmoidGrad()

    def bprop(y, grad, out, dout):
        dy = dout * grad * (1. - 2 * y)
        dgrad = sigmoid_grad(y, dout)
        return dy, dgrad

    return bprop
```

What is AD

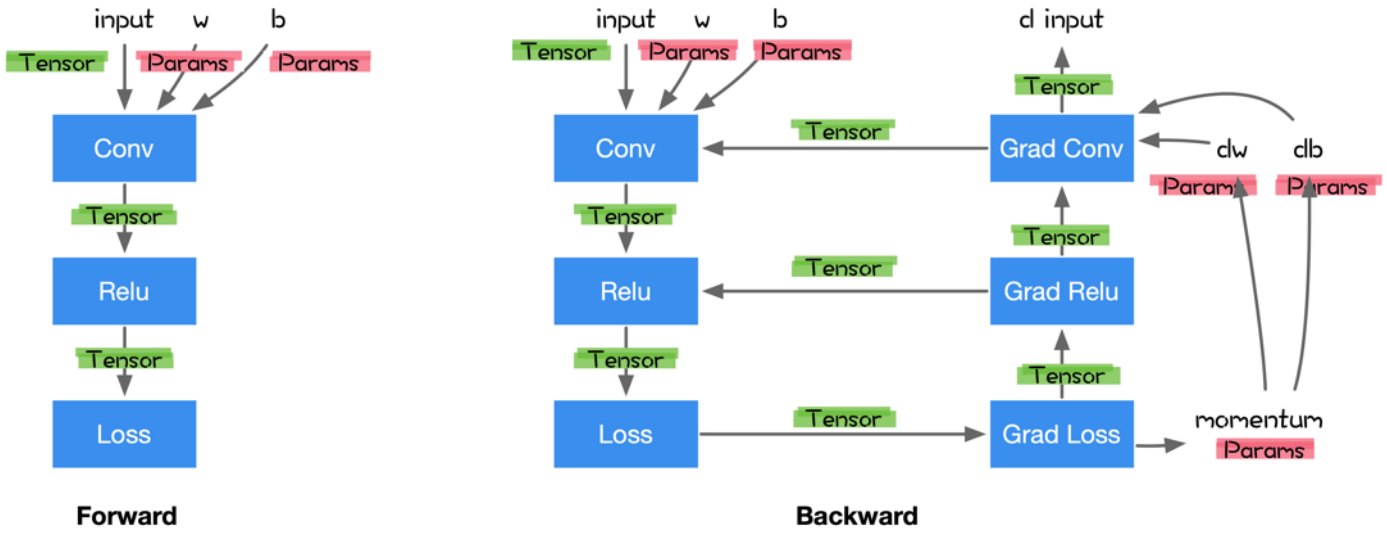
自动微分：所有数值计算都由有限的基本运算组成

基本运算的导数表达式是已知的

通过链式法则将数值计算各部分组合成整体

表达式追踪（Evaluation Trace）：追踪数值计算过程的中间变量

- 输入变量
- 中间变量
- 输出变量



Overview

$l_1 = x$

$l_{n+1} = 4l_n(1 - l_1)$

$f(x) = l_4 = 64x(1-x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)^2$

手动计算微分

$f'(x)$

$= 128x(1-x)(-8+16x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)$

$+ 64(1-x)(1-2x)^2(1-8x+8x^2)^2 - 64x(1-2x)^2$

$(1-8x+8x^2)^2 - 256x(1-x)(1-2x)(1-8x+8x^2)^2$

手动编写代码

```
f(x):
    v = x
    for i = 1 to 3:
        v = 4 * v * (1 - v)
    return v
```

符号微分

Closed-form

```
f(x):    return 64*x(1-x)*((1-2*x)^2)*(1-8*x+8*x*x)^2
```

手动编写代码

```
f'(x):
    return 128*x*(1-x)*(-8+16*x)*((1-2*x)^2)*(1-
8*x+8*x*x)+64*(1-x)*((1-2*x)^2)*((1-2*x+8*x*x)^2)-
(64*x*1-8*x)^2)*(1-8*x+8*x*x)^2-256*x*(1-x)*(1-2*x)*(1-
8*x+8*x*x)^2
```

自动微分

```
f'(x):
    (v, dv) = (x, 1)
    for i = 1 to 3:
        (v, dv) = (4 * v * (1 - v), 4*dv-8*v*dv)
    return (v, dv)
```

数值微分

```
f'(x):
    h = 0.000001
    return (f(x + h) – f(x)) / h
```

Conclusion

1. 了解计算机微分的三种形式：符号微分、数值微分、自动微分；
2. 学习了符号微分的基本原理和优缺点；
3. 学习了数值微分的基本原理和优缺点；
4. 学习了自动微分的基本原理和与另外两种微分的差异；

BUILDING A BETTER CONNECTED WORLD

THANK YOU